

ΘΕΜΑ 1^ο

A. Αν $\alpha > 0$, $\alpha \neq 1$ και θ_1, θ_2 θετικοί αριθμοί, να δείξετε ότι

$$\log_a(\theta_1 \theta_2) = \log_a \theta_1 + \log_a \theta_2 \quad (15 \text{ μονάδες})$$

B. Να σχεδιάσετε τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων $f(x) = \ln x$ και $g(x) = e^x$ στο ίδιο σύστημα συντεταγμένων. (4 μονάδες)

Γ. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές (Σ) ή λανθασμένες (Λ):

α. Αν $\varepsilon\phi\chi = \varepsilon\phi\theta$, τότε $\chi = 2\kappa\pi + \theta$, όπου κ ακέραιος.

β. Το μηδενικό πολώνυμο έχει βαθμό 0.

γ. Η συνάρτηση $f(x) = a^x$ με $a \in (0,1)$ είναι γνησίως φθίνουσα. (2x3=6 μονάδες)

ΘΕΜΑ 2^ο

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = -2\eta\mu\left(\frac{x}{3}\right)$.

A. Να βρείτε το μέγιστο, το ελάχιστο και την περίοδο της f . (9 μονάδες)

B. Να λυθεί η εξίσωση $f(x) = -1$ στο διάστημα $[0, 2\pi]$. (16 μονάδες)

ΘΕΜΑ 3°

Θεωρούμε το πολυώνυμο $f(x) = 4x^3 - 8x^2 - x + a$, όπου a πραγματικός αριθμός, το οποίο έχει παράγοντα το $x - 2$.

A. Να δείξετε ότι $a = 2$. (7 μονάδες)

B. Να κάνετε τη διαίρεση $f(x) : (x - 2)$ (9 μονάδες)

Γ. Να λύσετε την ανίσωση $f(x) \geq 0$. (9 μονάδες)

ΘΕΜΑ 4°

Θεωρούμε τη συνάρτηση $f(x) = \ln(1 - e^x) - \ln(x + 2)$.

A. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f . (7 μονάδες)

B. Να δείξετε ότι οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων f και g , με $g(x) = 1 - \ln(x + 2)$, δεν έχουν κοινό σημείο. (9 μονάδες)

Γ. Να λύσετε την ανίσωση $f(x) > x + \ln \frac{1}{x + 2}$ (9 μονάδες)

ΟΔΗΓΙΕΣ ΠΡΟΣ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ

- Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στη φωτοτυπία των θεμάτων. Καμία άλλη σημείωση δεν επιτρέπεται.
- Να γράψετε όλες τις απαντήσεις στην κόλλα σας.
- Διάρκεια εξέτασης δύο (2) ώρες.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ !!

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΜΑΙΟΥ
ΙΟΥΝΙΟΥ ΣΤΟ ΜΑΘΗΜΑ ΤΗΣ ΑΛΓΕΒΡΑΣ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΘΕΜΑ Α.

A1 Αν $a > 0$ με $a \neq 1$, τότε για οποιουσδήποτε $\theta_1, \theta_2 > 0$ να αποδείξετε ότι: $\log_a(\theta_1 \cdot \theta_2) = \log_a \theta_1 + \log_a \theta_2$. (10

μόρια)

A2. Αν $a > 0$ με $a \neq 1$, $x \in \mathbb{R}$ και $\theta > 0$ τότε να μεταφέρετε στο τετράδιο σας τις παρακάτω ισότητες συμπληρωμένες.

i. $\log_a a^x =$

ii. $a^{\log_a \theta} =$

iii. $\log_a 1 =$

iv. $\log_a a =$

v. $\log_a \theta^k =$ ($k \in \mathbb{R}$) (5 μόρια)

A3. Να χαρακτηρίσετε κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις ως σωστή (Σ) ή λάθος (Λ).

i. Κάθε ακέραιος p ο οποίος είναι διαιρέτης του σταθερού όρου μιας πολυωνυμικής εξίσωσης με ακέραιους συντελεστές, είναι ρίζα αυτής της εξίσωσης. (2 μόρια)

ii. Ο βαθμός του γινομένου δύο μη μηδενικών πολυωνύμων είναι ίσος με το γινόμενο των βαθμών των πολυωνύμων αυτών. (2 μόρια)

iii. Κάθε σταθερό και μη μηδενικό πολυώνυμο έχει βαθμό 0. (2 μόρια)

iv. $\eta_{\mu\chi} = \eta_{\mu\theta} \Leftrightarrow \begin{cases} \chi = k\pi + \theta \\ \text{ή} \\ \chi = k\pi + \pi - \theta \end{cases}, \quad k \in \mathbb{Z}. \quad (2 \text{ μόρια})$

v. Αν $a > 0$, μ ακέραιος και n θετικός ακέραιος, τότε $a^{\frac{\mu}{n}} = \sqrt[n]{a^\mu}$. (2 μόρια)

(Συνέχεια στην επόμενη σελίδα)

ΘΕΜΑ Β.

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{e^{2x} - e^2}{e^x - e} - e$.

B1. Να βρείτε πεδίο ορισμού της συνάρτησης f. (5 μόρια)

B2. Να αποδείξετε ότι $f(x) = e^x$. (10 μόρια)

B3. Να λυθεί η εξίσωση $f(2x) = 2 \cdot f(x) + 3$ (10 μόρια)

ΘΕΜΑ Γ.

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^3 + \lambda x^2 - 5x + 6$.

Γ1. Να βρείτε την τιμή του $\lambda \in \mathbb{R}$ ώστε το P(x) να έχει ρίζα το 1. (7 μόρια)

Γ2. Για $\lambda = -2$

i. Να λυθεί η ανίσωση $P(x) \leq 0$. (10 μόρια)

ii. Να λυθεί η εξίσωση $P(\eta\mu x) = 0$ (8 μόρια)

ΘΕΜΑ Δ.

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{\ln x}{1 + \ln x}$.

Δ1. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f. (7 μόρια)

Δ2 Να λυθεί η εξίσωση $f(x) = -1$. (8 μόρια)

Δ3 Να βρείτε τα διαστήματα του x στα οποία η γραφική παράσταση της συνάρτησης f βρίσκεται πάνω από τον άξονα x'x. (10 μόρια)

Να απαντήσετε σε όλα τα θέματα στην κόλα σας.

Καλή επιτυχία

Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

ΟΙ ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ

ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ ΜΑΡΑΘΩΝΑ

**ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Β' ΤΑΞΗΣ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΜΑΪΟΥ- ΙΟΥΝΙΟΥ 2012
ΣΤΟ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ ΤΗΣ
ΑΛΓΕΒΡΑΣ
ΜΑΡΑΘΩΝΑΣ, 22 ΜΑΪΟΥ 2012**

ΘΕΜΑ 1°

A. Να αποδείξετε ότι το υπόλοιπο της διαίρεσης ενός πολυωνύμου $P(x)$ με το $x - \rho$ είναι ίσο με την τιμή του πολυωνύμου για $x = \rho$. Είναι δηλαδή $v = P(\rho)$.

(Μονάδες 10)

B. Στις παρακάτω προτάσεις, να επιλέξετε τη σωστή απάντηση:

1. Αν $\log_{\alpha} \theta = x$, τότε:

i. $\alpha^{\theta} = x$

ii. $x^{\alpha} = \theta$

iii. $\alpha^x = \theta$

2. Αν το πολυώνυμο $P(x)$ έχει παράγοντα το $2x+1$, τότε μια τουλάχιστον ρίζα του πολυωνύμου είναι:

i. $\frac{1}{2}$

ii. $-\frac{1}{2}$

iii. -1

(Μονάδες $2 \times 2,5=5$)

Γ. Αν $\theta_1, \theta_2, \theta$ είναι θετικοί πραγματικοί αριθμοί, να συμπληρώσετε τις ισότητες:

1. $\ln \theta_1 + \ln \theta_2 = \dots\dots\dots$

2. $\ln \theta_1 - \ln \theta_2 = \dots\dots\dots$

3. $\ln e^x = \dots\dots\dots$

4. $10^{\log x} = \dots\dots\dots$

5. $\log 1 = \dots\dots\dots$

(Μονάδες $5 \times 2=10$)

ΘΕΜΑ 2°

Να λυθούν οι εξισώσεις:

A. $2\sigma\upsilon\nu^2 x - 5\sigma\upsilon\nu x + 2 = 0$

(Μονάδες 12)

B. $\varepsilon\phi x - 1 = 0$ στο $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$

(Μονάδες 13)

ΘΕΜΑ 3^ο

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^3 - \alpha x^2 + (2\alpha - 1)x - 6$.

A. Να βρείτε την τιμή του α , ώστε το $P(x)$ να έχει παράγοντα το $x + 1$.

(Μονάδες 8)

B. Για $\alpha = -2$, να λύσετε την εξίσωση $P(x) = 0$.

(Μονάδες 9)

Γ. Για $\alpha = -2$, να λύσετε την ανίσωση $P(x) \geq 0$.

(Μονάδες 8)

ΘΕΜΑ 4^ο

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = \ln(e^{2x} - 2e^x + 5)$ και $g(x) = \ln 5 + \ln(e^x - 1)$.

A. Να βρείτε τα πεδία ορισμού των συναρτήσεων $f(x)$ και $g(x)$.

(Μονάδες 8)

B. Να αποδείξετε ότι οι αριθμοί $\ln 2$, $\ln 5$ είναι ρίζες της εξίσωσης $f(x) = g(x)$.

(Μονάδες 9)

Γ. Να λύσετε την ανίσωση $f(x) < g(x)$.

(Μονάδες 8)

Καλή Επιτυχία!

Η Διευθύντρια

Οι καθηγητές

ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ ΜΟΥΔΡΟΥ				ΣΧΟΛΙΚΟ ΕΤΟΣ 2012-2013			
				ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ			
				ΤΜΗΜΑ.....			
				ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ			
				ΕΠΩΝΥΜΟ:.....			
				ΟΝΟΜΑ:.....			
				ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 30 – 05 – 2013			
ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ : ΑΡΜΑΟΣ ΠΕΤΡΟΣ , ΚΑΡΑΓΙΑΝΝΗΣ ΣΤΥΛΙΑΝΟΣ							
ΒΑΘΜΟΛΟΓΙΑ		ΟΛΟΓΡΑΦΩΣ		ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΩΣ		ΥΠΟΓΡΑΦΗ	
Εκατονταβάθμια κλίμακα							
Εικοσαβάθμια κλίμακα							

ΘΕΜΑ 1^ο

A. Αν $0 < \alpha \neq 1$ και $\theta > 0$ τότε να αποδείξετε ότι: $\log_a \theta^\kappa = \kappa \log_a \theta$
(Μονάδες: 15)

B. Να χαρακτηρίσετε ως Σωστές (Σ) ή Λάθος (Λ) τις παρακάτω προτάσεις:

1. Αν ένα σύστημα εξισώσεων έχει $D = 0$, $D_x \neq 0$, $D_y \neq 0$ τότε έχει άπειρες λύσεις .

2. Οι λύσεις της εξίσωσης $\eta \mu x = \eta \mu \theta$ δίνονται από τους τύπους:

$$x = 2\kappa\pi + \theta \text{ ή } x = 2\kappa\pi - \theta , \kappa \in \mathbb{Z} .$$

3. Ισχύει $\ln x = \theta \Leftrightarrow e^x = \theta$

4. Το πολυώνυμο $P(x) = 14x^3 + 1 - 113x^4$ είναι 3^ο βαθμού.

5. Αν $0 < \alpha \neq 1$ και $\theta_1, \theta_2 > 0$ τότε $\log_a(\theta_1 \theta_2) = \log_a \theta_1 + \log_a \theta_2$
(Μονάδες: 10)

ΘΕΜΑ 2^ο

Για τη γωνία α ισχύει ότι : $2\sigma\upsilon\nu^2 x - 5\sigma\upsilon\nu x + 2 = 0$.

A. Να αποδείξετε ότι: $\sigma\upsilon\nu x = \frac{1}{2}$. (Μονάδες 9)

Β. Να λύσετε την εξίσωση $\sin x = \frac{1}{2}$. (Μονάδες 8)

Γ. Να αποδείξετε ότι οι λύσεις της εξίσωσης $\sin x = \frac{1}{2}$, $0 \leq x \leq 2\pi$ είναι $x = \frac{\pi}{3}$ ή $x = \frac{5\pi}{3}$. (Μονάδες 8)

ΘΕΜΑ 3^ο

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^3 + \alpha x^2 + \beta x - 2$.

Αν το πολυώνυμο $P(x)$ έχει ως παράγοντες τους $x - 2$ και $x + 1$

Α. Να αποδείξετε ότι: $\alpha = 0$ και $\beta = -3$. (Μονάδες: 8)

Β. Αν $\alpha = 0$ και $\beta = -3$ να λύσετε την εξίσωση $P(x) = 0$. (Μονάδες: 9)

Γ. Αν $\alpha = 0$ και $\beta = -3$ να λύσετε την ανίσωση $P(x) \geq 0$. (Μονάδες: 8)

ΘΕΜΑ 4^ο

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = \ln(e^{2x} - 2e^x)$ και $g(x) = \ln(2e^x - 3)$

Α. Να βρείτε τα πεδία ορισμού των συναρτήσεων $f(x)$ και $g(x)$. (Μονάδες: 8)

Β. Να λύσετε την εξίσωση $f(x) = g(x)$. (Μονάδες: 9)

Γ. Να λύσετε την ανίσωση $f(x) \leq g(x)$. (Μονάδες: 8)

ΕΥΧΟΜΑΙ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!

**Ο
ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ**

**Ο
ΕΙΣΗΓΗΤΗΣ**

ΚΑΡΑΓΙΑΝΝΗΣ ΣΤΥΛΙΑΝΟΣ

ΑΡΜΑΟΣ ΠΕΤΡΟΣ

Θέμα 1°

Α. Να αποδείξετε ότι: $\log_a(\theta_1\theta_2) = \log_a\theta_1 + \log_a\theta_2$ για κάθε $\theta_1, \theta_2 \in (0, +\infty)$ και $0 < a \neq 1$

Μονάδες 10

Β. Πότε μια συνάρτηση $f: A \rightarrow \mathbb{R}, A \subseteq \mathbb{R}$ ονομάζεται άρτια και πότε περιττή

Μονάδες 5

Γ. Να γράψετε στην κόλλα των εξετάσεων τον αριθμό της κάθε ερώτησης από τις παρακάτω και δίπλα τη λέξη **ΣΩΣΤΟ** αν η πρόταση είναι σωστή ή τη λέξη **ΛΑΘΟΣ** αν η πρόταση είναι λανθασμένη

- 1) Το μηδενικό πολυώνυμο έχει βαθμό μηδέν
- 2) Αν σε γραμμικό σύστημα 2×2 ισχύει: $D = 0$ και $D_x^2 + D_y^2 \neq 0$ τότε αυτό είναι αδύνατο, με D την ορίζουσα του συστήματος και D_x, D_y τις ορίζουσες που προκύπτουν από την D αν στη στήλη των συντελεστών των x, y αντικαταστήσουμε τη στήλη των σταθερών όρων του συστήματος αντίστοιχα.
- 3) Η συνάρτηση $f(x) = \eta\mu x$ είναι γνησίως φθίνουσα στο διάστημα $\left[2\pi, 2\pi + \frac{\pi}{2}\right]$
- 4) Η συνάρτηση $f(x) = \ln x$ έχει πεδίο ορισμού το $[0, +\infty)$
- 5) Τα αντίθετα τόξα έχουν ίσα συνημίτονα
- 6) Ισχύει: $\log_a\theta_1 - \log_a\theta_2 = \log_a(\theta_1 - \theta_2)$, με $\theta_1 > \theta_2 > 0$ και $0 < a \neq 1$
- 7) Η εξίσωση $\sin x = a$, με $x, a \in \mathbb{R}$ έχει **πάντοτε** ρίζα
- 8) Η συνάρτηση $f(x) = a^x, a > 1$ είναι γνησίως αύξουσα στο πεδίο ορισμού της
- 9) Η περίοδος της συνάρτησης $f(x) = \varepsilon\phi x, x \in \mathbb{R} - \left\{k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$ έχει περίοδο $\frac{\pi}{2}$
- 10) Το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $f(x) = \log x^{2\nu}$, με $\nu \in \mathbb{N}^*$ είναι το $\mathbb{R}^*$

*Μονάδες 10***Θέμα 2°**

Δίνονται οι συναρτήσεις: $f(x) = x^3 - 6$ και $g(x) = 6x^2 - 11x$

- i) Να βρεθούν οι τετμημένες των σημείων τομής τους

Μονάδες 15

- ii) Να βρεθούν οι πραγματικές τιμές του x για τις οποίες η γραφική παράσταση της f βρίσκεται «κάτω» από τη γραφική παράσταση της g

Μονάδες 10

Θέμα 3°

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 2\eta\mu(2x - \pi) - 1$

- i) Να βρεθεί το μέγιστο και το ελάχιστο της συνάρτησης f καθώς και οι θέσεις του μεγίστου και ελαχίστου αντίστοιχα

Μονάδες 10

- ii) Να βρεθούν τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της f με την ευθεία με εξίσωση $y = 1$ των οποίων οι τετμημένες ανήκουν στο διάστημα $[-\pi, \pi]$

Μονάδες 10

- iii) Πόσες ρίζες έχει η εξίσωση $f(x) = 2013$. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας

Μονάδες 5

Θέμα 4°

Δίνονται οι συναρτήσεις: $f(x) = \ln x$ και $g(x) = \frac{e^{2x} - 4e^x + 3}{e^x - 1}$

- i) Να βρεθούν τα πεδία ορισμού τους

Μονάδες 5

- ii) Να βρεθούν οι τιμές του x για τις οποίες η γραφική παράσταση της g βρίσκεται «πάνω» από τον άξονα $x'x$

Μονάδες 10

- iii) Να λυθεί η εξίσωση $f(g(x)) = 0$

Μονάδες 10

Παρατηρήσεις:

1) Να απαντήσετε σε όλα τα θέματα

2) Κάθε μέθοδος επιστημονικά τεκμηριωμένη γίνεται αποδεκτή

Αιδηψός Πέμπτη, 23 Μαΐου 2013

Η Διευθύντρια

Ο Εισηγητής

Ενδεικτικές Λύσεις

Θέμα 1°

Α. Να αποδείξετε ότι: $\log_a (\theta_1 \theta_2) = \log_a \theta_1 + \log_a \theta_2$ για κάθε $\theta_1, \theta_2 \in (0, +\infty)$ και $0 < a \neq 1$

Μονάδες 10

Απάντηση

Είναι $\theta_1 = a^{\log_a \theta_1} : (1)$, $\theta_2 = a^{\log_a \theta_2} : (2)$ και $\theta_1 \theta_2 = a^{\log_a (\theta_1 \theta_2)} : (3)$

Από $(1) \cdot (2) \Rightarrow \theta_1 \theta_2 = a^{\log_a \theta_1} \cdot a^{\log_a \theta_2} \Rightarrow \boxed{\theta_1 \theta_2 = a^{\log_a \theta_1 + \log_a \theta_2}} : (4) \dots$

Από $a^{\log_a (\theta_1 \theta_2)} = a^{\log_a \theta_1 + \log_a \theta_2}$ και επειδή η συνάρτηση $f(x) = a^x$ είναι «1-1» θα ισχύει:

$$\boxed{\log_a (\theta_1 \theta_2) = \log_a \theta_1 + \log_a \theta_2}$$

Β. Πότε μια συνάρτηση $f : A \rightarrow \mathbb{R}, A \subseteq \mathbb{R}$ ονομάζεται άρτια και πότε περιττή

Μονάδες 5

Απάντηση

Η συνάρτηση $f : A \rightarrow \mathbb{R}, A \subseteq \mathbb{R}$ ονομάζεται άρτια αν και μόνο αν για κάθε $x \in A$ ισχύει: $-x \in A$ και $f(-x) = f(x)$

Η συνάρτηση $f : A \rightarrow \mathbb{R}, A \subseteq \mathbb{R}$ ονομάζεται περιττή αν και μόνο αν για κάθε $x \in A$ ισχύει: $-x \in A$ και $f(-x) = -f(x)$

Γ. Να γράψετε στην κόλλα των εξετάσεων τον αριθμό της κάθε ερώτησης από τις παρακάτω και δίπλα τη λέξη **ΣΩΣΤΟ** αν η πρόταση είναι σωστή ή τη λέξη **ΛΑΘΟΣ** αν η πρόταση είναι λανθασμένη

11) Το μηδενικό πολυώνυμο έχει βαθμό μηδέν (**ΛΑΘΟΣ**)

12) Αν σε γραμμικό σύστημα 2×2 ισχύει: $D = 0$ και $D_x^2 + D_y^2 \neq 0$ τότε αυτό είναι αδύνατο, με D την ορίζουσα του συστήματος και D_x, D_y τις ορίζουσες που προκύπτουν από την D αν στη στήλη των συντελεστών των x, y αντικαταστήσουμε τη στήλη των σταθερών όρων του συστήματος αντίστοιχα. (**ΣΩΣΤΟ**)

13) Η συνάρτηση $f(x) = \eta \mu x$ είναι γνησίως φθίνουσα στο διάστημα $\left[2\pi, 2\pi + \frac{\pi}{2}\right]$ (**ΛΑΘΟΣ**)

14) Η συνάρτηση $f(x) = \ln x$ έχει πεδίο ορισμού το $[0, +\infty)$ (**ΛΑΘΟΣ**)

15) Τα αντίθετα τόξα έχουν ίσα συνημίτονα (**ΣΩΣΤΟ**)

16) Ισχύει: $\log_a \theta_1 - \log_a \theta_2 = \log_a (\theta_1 - \theta_2)$, με $\theta_1 > \theta_2 > 0$ και $0 < a \neq 1$ (**ΛΑΘΟΣ**)

17) Η εξίσωση $\sin x = a$, με $x, a \in \mathbb{R}$ έχει πάντοτε ρίζα (**ΛΑΘΟΣ**)

18) Η συνάρτηση $f(x) = a^x, a > 1$ είναι γνησίως αύξουσα στο πεδίο ορισμού της (**ΣΩΣΤΟ**)

19) Η περίοδος της συνάρτησης $f(x) = \epsilon \phi x, x \in \mathbb{R} - \left\{k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$ έχει περίοδο $\frac{\pi}{2}$

(**ΛΑΘΟΣ**)

20) Το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $f(x) = \log x^{2v}$, με $v \in \mathbb{N}^*$ είναι το $\mathbb{R}^*$ (**ΣΩΣΤΟ**)

Θέμα 2°

Δίνονται οι συναρτήσεις: $f(x) = x^3 - 6$ και $g(x) = 6x^2 - 11x$

iii) Να βρεθούν οι τετμημένες των σημείων τομής τους

Μονάδες 15

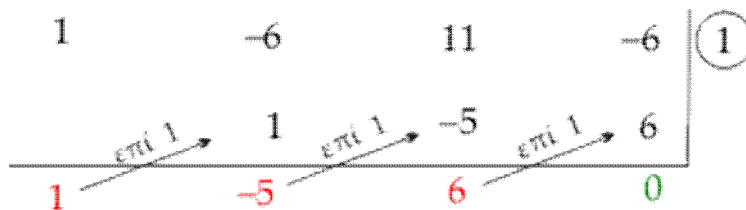
Απάντηση

Τα ζητούμενα σημεία είναι οι λύσεις της εξίσωσης:

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow x^3 - 6 = 6x^2 - 11x \Leftrightarrow x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0 : (1)$$

$$\text{Θεωρούμε } P(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$$

Οι πιθανές ρίζες της (1) είναι οι 1, 2, 3, 6. Εύκολα προκύπτει ότι: $P(1) = 0$, οπότε το 1 είναι μια ρίζα. Εφαρμόζουμε το σχήμα του Horner για $x = 1$ και έχουμε:



Έτσι η εξίσωση (1) ισοδύναμα γράφεται

$$(x-1)(x^2 - 5x + 6) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1=0 \\ \text{ή} \\ x^2 - 5x + 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \dots \boxed{x=1 \text{ ή } x=2 \text{ ή } x=3}$$

iv) Να βρεθούν οι πραγματικές τιμές του x για τις οποίες η γραφική παράσταση της f βρίσκεται «κάτω» από τη γραφική παράσταση της g

Μονάδες 10

Απάντηση

Φανερά ζητάμε τις πραγματικές τιμές του x για τις οποίες

$$f(x) < g(x) \Leftrightarrow x^3 - 6 < 6x^2 - 11x \Leftrightarrow x^3 - 6x^2 + 11x - 6 < 0 : (2) \Leftrightarrow \dots \boxed{x \in (-\infty, 1) \cup (2, 3)}$$

Θέμα 3°

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 2\eta\mu(2x - \pi) - 1$

- iv) Να βρεθεί το μέγιστο και το ελάχιστο της συνάρτησης f καθώς και οι θέσεις του μεγίστου και ελαχίστου αντίστοιχα

Μονάδες 10

Απάντηση

Είναι $\max f = 2 - 1 = 1$ για $x \in \mathbb{R}$ ώστε

$$\eta\mu(2x - \pi) = 1 \Leftrightarrow -\eta\mu 2x = 1 \Leftrightarrow \eta\mu 2x = -1 \Leftrightarrow 2x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow \boxed{x = k\pi - \frac{\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}} \text{ και}$$

$\min f = -2 - 1 = -3$ για $x \in \mathbb{R}$ ώστε

$$\eta\mu(2x - \pi) = -1 \Leftrightarrow -\eta\mu 2x = -1 \Leftrightarrow \eta\mu 2x = -1 \Leftrightarrow 2x = 2\lambda\pi + \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow \boxed{x = \lambda\pi + \frac{\pi}{4}, \lambda \in \mathbb{Z}}$$

- v) Να βρεθούν τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της f με την ευθεία με εξίσωση $y = 1$ των οποίων οι τετμημένες ανήκουν στο διάστημα $[-\pi, \pi]$

Μονάδες 10

Απάντηση

Ζητούνται οι λύσεις της εξίσωσης $f(x) = 1$ στο διάστημα $[-\pi, \pi]$

Είναι
$$f(x) = 1 \Leftrightarrow \dots \boxed{x = k\pi - \frac{\pi}{4}} : (1), k \in \mathbb{Z}. \quad \text{Με}$$

$$x \in [-\pi, \pi] \Leftrightarrow -\pi \leq x \leq \pi \stackrel{(1)}{\Leftrightarrow} \begin{cases} -\pi \leq k\pi - \frac{\pi}{4} \leq \pi \\ k \in \mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow \dots \begin{cases} -\frac{3}{4} \leq k \leq \frac{5}{4} \\ k \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow k = 0, 1 \text{ και}$$

για $k = 0$ από την (1) προκύπτει ότι $x = -\frac{\pi}{4}$ και για $k = 1$ από την (1) προκύπτει ότι $x = \frac{3\pi}{4}$

οπότε τα ζητούμενα σημεία τομής είναι τα $M_1\left(-\frac{\pi}{4}, 1\right)$ και $M_2\left(\frac{3\pi}{4}, 1\right)$

- vi) Πόσες ρίζες έχει η εξίσωση $f(x) = 2013$. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας

Επειδή $f(x) \leq 1 < 2013$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$, η εξίσωση $f(x) = 2013$ είναι αδύνατη στο $\mathbb{R}$

Μονάδες 5

Θέμα 4°

Δίνονται οι συναρτήσεις: $f(x) = \ln x$ και $g(x) = \frac{e^{2x} - 4e^x + 3}{e^x - 1}$

iv) Να βρεθούν τα πεδία ορισμού τους

Μονάδες 5

Απάντηση

Για το πεδίο ορισμού της f (έστω A_f) πρέπει $x > 0 \Rightarrow A_f = (0, +\infty)$ και για το πεδίο ορισμού της g (έστω A_g) πρέπει $e^x - 1 \neq 0 \Leftrightarrow e^x \neq 1 \overset{e^x \text{ είναι "1-1"}}{\Leftrightarrow} x \neq 0 \Rightarrow A_g = (-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$

v) Να βρεθούν οι τιμές του x για τις οποίες η γραφική παράσταση της g βρίσκεται «πάνω» από τον άξονα $x'x$

Μονάδες 10

Απάντηση

Πρέπει

$$\begin{aligned} \begin{cases} g(x) > 0 \\ x \neq 0 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{e^{2x} - 4e^x + 3}{e^x - 1} > 0 \\ x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{(e^x - 1)(e^x - 3)}{e^x - 1} > 0 \\ x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} e^x - 3 > 0 \\ x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} e^x > 3 \\ x \neq 0 \end{cases} \\ &\overset{\text{ln} \uparrow \text{ γνησιως αυξουσα}}{\Leftrightarrow} \begin{cases} \ln e^x > \ln 3 \\ x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \ln 3 > 0 \\ x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \boxed{x > \ln 3} \end{aligned}$$

vi) Να λυθεί η εξίσωση $f(g(x)) = 0$

Μονάδες 10

Απάντηση

$$\begin{aligned} f(g(x)) = 0 &\Leftrightarrow \ln(g(x)) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} g(x) = 1 \\ x > \ln 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{e^{2x} - 4e^x + 3}{e^x - 1} = 1 \\ x > \ln 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} e^{2x} - 4e^x + 3 = e^x - 1 \\ x > \ln 3 \end{cases} \Leftrightarrow \\ \text{Είναι} \quad \begin{cases} e^{2x} - 5e^x + 4 = 0 \\ x > \ln 3 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} (e^x - 1)(e^x - 4) = 0 \\ x > \ln 3 \end{cases} \overset{e^x - 1 \neq 0}{\Leftrightarrow} \begin{cases} e^x - 4 = 0 \\ x > \ln 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} e^x = 4 \\ x > \ln 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \boxed{x = \ln 4} > \ln 3 \\ x > \ln 3 \end{cases} \end{aligned}$$

Άρα η ρίζα της εξίσωσης είναι $x = \ln 4$ και το ζητούμενο έχει βρεθεί

ΚΑΛΟ ΚΑΛΟΚΑΙΡΙ



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ,
ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΠΕΡΙΦ.Δ/ΝΣΗ Π/ΘΜΙΑΣ & Δ/ΘΜΙΑΣ ΕΚΠ/ΣΗΣ
ΑΝ.ΜΑΚΕΔ.-ΘΡΑΚΗΣ
Δ/ΝΣΗ Δ/ΘΜΙΑΣ ΕΚΠ/ΣΗΣ ΡΟΔΟΠΗΣ
1^ο ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ ΚΟΜΟΤΗΝΗΣ

ΜΑΘΗΜΑ: Άλγεβρα

ΤΑΞΗ: Β

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 30/05/2013

ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2013

ΘΕΜΑ Α

A1. Αν $\alpha > 0$ με $\alpha \neq 1$, τότε για οποιουσδήποτε αριθμούς $\theta_1, \theta_2 > 0$, να αποδείξετε ότι ισχύει
 $\log_{\alpha}(\theta_1 \theta_2) = \log_{\alpha} \theta_1 + \log_{\alpha} \theta_2$.

(Μονάδες 7)

A2. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με την ένδειξη Σωστό ή Λάθος.

(α) Ισχύει $-1 \leq \sin \omega \leq 1$ για οποιαδήποτε γωνία ω .

(β) Η ελάχιστη τιμή της συνάρτησης $f(x) = \rho \eta \mu \omega x$ με $\rho, \omega > 0$ είναι ρ .

(γ) Η περίοδος της συνάρτησης $f(x) = \eta \mu x$ είναι $T = \pi$.

(Μονάδες 9)

A3. Να μεταφέρετε στην κόλλα σας τις παρακάτω προτάσεις σωστά συμπληρωμένες.

(α) Έστω $P(x)$ ένα πολυώνυμο και ρ ένας πραγματικός αριθμός. Αν $P(\rho) = 0$ τότε ο αριθμός ρ λέγεται του πολυωνύμου $P(x)$.

(β) Το υπόλοιπο της διαίρεσης ενός πολυωνύμου $P(x)$ με το $x - \rho$ είναι $\nu = \dots\dots\dots$

(γ) Ένα πολυώνυμο $P(x)$ έχει το $x - \rho$ αν και μόνο αν $P(\rho) = 0$.

(Μονάδες 9)

ΘΕΜΑ Β

Έστω $P(x) = \alpha x^3 + x^2 + 8\alpha^2 - 4$ με $\alpha \in \mathbb{R}$ ένα πολυώνυμο. Δίνεται ότι το πολυώνυμο $P(x)$ είναι 3^{ου} βαθμού και έχει ρίζα τον αριθμό -2 .

B1. Να αποδείξετε ότι $\alpha = 1$.

(Μονάδες 8)

B2. Να λύσετε την εξίσωση $P(x) = 0$.

(Μονάδες 8)

B3. Να λύσετε την ανίσωση $P(x) > (x+2)(x+5)$.

(Μονάδες 9)

ΘΕΜΑ Γ

Δίνονται οι παραστάσεις:

$$A = \sin x (\epsilon\phi x + \sigma\upsilon\nu x) + \eta\mu^2 x \text{ και } B = \epsilon\phi(\pi + x)\sigma\phi(-x) - \sigma\upsilon\nu(\pi - x)\eta\mu\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$$

με $x \neq \frac{\kappa\pi}{2}$, $\kappa \in \mathbb{Z}$.

Γ1. Να αποδείξετε ότι $A = \eta\mu x + 1$.

(Μονάδες 8)

Γ2. Να αποδείξετε ότι $B = -\eta\mu^2 x$.

(Μονάδες 8)

Γ3. Να λύσετε την εξίσωση $3A - 5 = 2B$.

(Μονάδες 9)

ΘΕΜΑ Δ

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = \ln(e^x - 1)$ και $g(x) = 2\ln x^2 - \ln 12$.

Θεωρούμε την παράσταση $A = f(\ln 3) - g(\sqrt{6})$.

Δ1. Να βρείτε τα πεδία ορισμού των συναρτήσεων f , g .

(Μονάδες 6)

Δ2. Να λύσετε την ανίσωση $f(x) > \ln(e - 1)$.

(Μονάδες 5)

Δ3. Να αποδείξετε ότι $A = \ln \frac{2}{3}$ και ότι $A < 0$.

(Μονάδες 7)

Δ4. Να λύσετε την εξίσωση $f(2x) = \ln(e^x + 1)$.

(Μονάδες 7)

1^ο Α) Δείξτε ότι ένα πολυώνυμο $P(x)$ έχει παράγοντα το $x - \rho$, αν και μόνο αν το ρ είναι ρίζα του $P(x)$, δηλαδή αν και μόνο αν $P(\rho) = 0$ ΜΟΝΑΔΕΣ 15

Χαρακτηρίστε τις παρακάτω προτάσεις με τη ένδειξη τη ΣΩΣΤΟ ή ΛΑΘΟΣ

B₁) Αν $\alpha > 0$, μ ακέραιος και ν θετικός ακέραιος, τότε: $\alpha^{\frac{\mu}{\nu}} = \sqrt[\nu]{\alpha^{\mu}}$ ΜΟΝΑΔΕΣ 2

B₂) Οι αντίθετες γωνίες έχουν το ίδιο συνημίτονο ΜΟΝΑΔΕΣ 2

B₃) Ο βαθμός του γινομένου δύο μη μηδενικών πολυωνύμων είναι ίσος με το γινόμενο των βαθμών των δύο πολυωνύμων. ΜΟΝΑΔΕΣ 2

B₄) Οι λύσεις της εξίσωσης: $e^{\rho x} = e^{\rho \theta}$ είναι: $x = k\pi + \theta$, $k \in \mathbb{Z}$ ΜΟΝΑΔΕΣ 2

B₅) Αν θ_1, θ_2 θετικοί, τότε ισχύει: $\ln(\theta_1 \theta_2) = \ln \theta_1 + \ln \theta_2$ ΜΟΝΑΔΕΣ 2

2^ο Δίνεται το πολυώνυμο: $P(x) = x^3 + 2x^2 + kx - 2$, $k \in \mathbb{R}$. Αν το $P(x)$ έχει ρίζα το $\rho = 1$:

α) Δείξτε ότι $k = -1$ ΜΟΝΑΔΕΣ 8

β) Λύστε την εξίσωση: $P(x) = 0$ ΜΟΝΑΔΕΣ 8

γ) Βρείτε το υπόλοιπο της διαίρεσης $P(x) : (x - 3)$ ΜΟΝΑΔΕΣ 9

3^ο Δίνεται η συνάρτηση: $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{1-x}$

α) Βρείτε τα $f(3)$, $f\left(\frac{1}{2}\right)$ ΜΟΝΑΔΕΣ 8

β) Λύστε την ανίσωση: $f(x) < 16$ ΜΟΝΑΔΕΣ 8

γ) Λύστε την εξίσωση: $f(\eta \mu x) = 1$ ΜΟΝΑΔΕΣ 9

4^ο Δίνεται η συνάρτηση: $g(x) = \ln(x^3 - 5x^2 + 8x - 4)$

α) Βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης ΜΟΝΑΔΕΣ 8

β) Λύστε την εξίσωση: $g(x) = \ln(2x - 1) + 2 \ln 2$ ΜΟΝΑΔΕΣ 8

γ) Βρείτε τις τιμές του x για τις οποίες ισχύει $e^{g(x)} < 2$ ΜΟΝΑΔΕΣ 9

ΠΡΟΤΥΠΟ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΟ ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ ΗΡΑΚΛΕΙΟΥ

ΘΕΜΑΤΑ

Προαγωγικών εξετάσεων περιόδου Μαΐου - Ιουνίου 2014 στην

ΑΛΓΕΒΡΑ Β ΛΥΚΕΙΟΥ

Πέμπτη 29 Μαΐου 2014

(Να απαντήσετε σε όλα τα θέματα)

Όνομα:

Θέμα Α

A1) Εάν $\alpha > 0$ με $\alpha \neq 1$, τότε να αποδείξετε ότι για οποιαδήποτε $\theta_1, \theta_2 > 0$ ισχύει:

$$\log_{\alpha}(\theta_1 \theta_2) = \log_{\alpha} \theta_1 + \log_{\alpha} \theta_2.$$

(Μονάδες 10)

A2) Να συμπληρώσετε τις παρακάτω προτάσεις:

(5 x 3 Μονάδες)

- $\log 1 = \dots$, $\ln e = \dots$ και $\log_{\alpha} \theta^k = \dots$
- Οι αντίθετες γωνίες έχουν συνημίτονο και οι παραπληρωματικές γωνίες έχουν συνημίτονο.
- Οι λύσεις της εξίσωσης $\varepsilon\varphi x = \varepsilon\varphi \theta$ είναι $x = \dots$ όπου $k \in \dots$
- Μία συνάρτηση f με πεδίο ορισμού ένα σύνολο A , θα λέγεται άρτια όταν για κάθε $x \in A$ ισχύει: $\dots \in A$ και επιπλέον $\dots = \dots$
- Η εκθετική συνάρτηση $f(x) = a^x$, όπου $0 < a < 1$ έχει πεδίο ορισμού το και σύνολο τιμών το Επίσης είναι γνησίως

Θέμα Β

Αν $\sigma\upsilon\nu\omega = -\frac{3}{5}$ και $\frac{\pi}{2} < \omega < \pi$, τότε:

B1) Να βρείτε τους υπόλοιπους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας ω rad.

(Μονάδες 8)

B2) Αν $K = \frac{10\sigma\upsilon\nu\omega - 12\varepsilon\varphi\omega}{5\eta\mu(\pi - \omega)}$ να αποδείξετε ότι $K = \frac{5}{2}$.

(Μονάδες 5)

B3) Αν K είναι η παράσταση του ερωτήματος B2., να λύσετε την εξίσωση

$$(\eta\mu x - \sigma\upsilon\nu x)^2 = \frac{2}{5}K - 2\eta\mu^2 x$$

(Μονάδες 12)

Θέμα Γ

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = 2x^3 - \alpha x^2 + 12x + \beta$ το οποίο έχει παράγοντα το $x - 2$ και όταν διαιρεθεί με το $x - 1$ αφήνει υπόλοιπο 1.

Γ1) Να βρείτε τις τιμές των α και β .

(Μονάδες 9)

Εάν $\alpha = 9$ και $\beta = -4$ να απαντήσετε στα παρακάτω ερωτήματα:

Γ2) Να λύσετε την ανίσωση $P(x) \leq 0$ και να γράψετε το διάστημα στο οποίο η γραφική παράσταση της συνάρτησης $P(x)$ βρίσκεται κάτω από τον άξονα $x'x$.

(Μονάδες 7+2)

Γ3) Να λύσετε την εξίσωση $P(\sin x) = 0$. Ποιες από τις λύσεις της εξίσωσης αυτής βρίσκονται μεταξύ των αριθμών 671π και 672π ;

(Μονάδες 4+3)

Θέμα Δ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \ln \left(\frac{4^x - 2^x}{2^{x+1} + 4} \right)$

Δ1) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της.

(Μονάδες 6)

Δ2) Να λύσετε την εξίσωση $f(x) = -2 \ln 2$

(Μονάδες 7)

Δ3) Να λύσετε την ανίσωση $f(x) < 0$

(Μονάδες 6)

Δ4) Να αποδείξετε ότι $f(x) = (x - 1) \ln 2 + \ln \left(\frac{2^x - 1}{2^{x+2}} \right)$

(Μονάδες 6)

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

Ο Διευθυντής

Ο εισηγητής

Αλέξανδρος Συγκελάκης

Β ΛΥΚΕΙΟΥ – ΑΛΓΕΒΡΑ
4ο ΛΥΚΕΙΟ ΚΟΖΑΝΗΣ – 26.5.2016

Θέμα Α

A1. α) Αν $\alpha > 0$ με $\alpha \neq 1$ τότε για $\theta > 0$ και $\kappa \in \mathbb{R}$ να αποδείξετε ότι ισχύει

$$\log_{\alpha} \theta^{\kappa} = \kappa \log_{\alpha} \theta$$

(Μονάδες 10)

β) Αν $\alpha > 0$, $\alpha \neq 1$ και $x \in \mathbb{R}$ να συμπληρώσετε τις ισότητες :

1. $\log_{\alpha} \alpha^x = \dots\dots\dots$

2. $\alpha^{\log_{\alpha} \theta} = \dots\dots\dots$

3. $\log_{\alpha} 1 = \dots\dots\dots$

4. $\ln e = \dots\dots\dots$

5. $e^{\ln \alpha} = \dots\dots\dots$

(Μονάδες 5)

A2. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις γράφοντας στο τετράδιο σας τη λέξη Σωστή ή Λάθος.

α. Για κάθε πραγματικό αριθμό α ισχύει $\eta\mu 2\alpha = 2\eta\mu\alpha\sigma\upsilon\alpha$

β. Οι λύσεις της εξίσωσης $\epsilon\phi x = \epsilon\phi\theta$ είναι $x = 2\kappa\pi + \theta$, $\kappa \in \mathbb{Z}$

γ. Η γραφική παράσταση μιας άρτιας συνάρτησης έχει άξονα συμμετρίας τον άξονα $y'y$

δ. Αν μια συνάρτηση είναι περιττή και έχει ρίζα τον αριθμό ρ , τότε θα έχει ρίζα και τον αριθμό $-\rho$

ε. Αν για το πολυώνυμο $P(x)$ ισχύει $P(2) = 0$ τότε το $P(x)$ διαιρείται με το $x + 2$

(Μονάδες 10)

Θέμα Β

B1. Να αποδειχθεί ότι : $\frac{\eta\mu\theta}{1 + \sigma\upsilon\nu\theta} + \frac{1 + \sigma\upsilon\nu\theta}{\eta\mu\theta} = \frac{2}{\eta\mu\theta}$

(Μονάδες 10)

B2. Να λυθεί η εξίσωση : $(1 + \sigma\upsilon\nu 2x) \cdot (2\eta\mu x - \sqrt{3}) = 0$

(Μονάδες 15)

Θέμα Γ

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^3 + \alpha x^2 + \beta x - 2$ με $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$

Γ1. Αν το πολυώνυμο $P(x)$ έχει παράγοντα το $x - 1$ και το υπόλοιπο της διαίρεσης

$P(x) : (x + 1)$ είναι -8 να βρεθούν τα α και β .

(Μονάδες 8)

Για $\alpha = -2$ και $\beta = 3$

Γ2. Να λυθεί η ανίσωση $P(x) \geq 0$

(Μονάδες 8)

Γ3. Να λυθεί η ανίσωση $\frac{P(x)}{x^2 - 6x + 5} \leq x + 5$

(Μονάδες 9)

Θέμα Δ

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = \ln(e^x - 1)$ και $g(x) = \ln x^2$

Δ1. Να βρεθεί το πεδίο ορισμού των συναρτήσεων $f(x)$ και $g(x)$

(Μονάδες 4)

Δ2. Να λύσετε τις ανισώσεις :

1. $f(x) \geq 0$

2. $g(x) < 0$

(Μονάδες 6)

Δ3. Να συγκρίνετε τους αριθμούς $f(\ln 3)$ και $g\left(\frac{1}{e}\right)$

(Μονάδες 4)

Δ4. Να λύσετε την εξίσωση $f(2x) - f(x) = g(\sqrt{e+1})$

(Μονάδες 7)

Δ5. Να αποδείξετε ότι $20e^{g(10)} + e^{g(8)} - e^{f(\ln 49)} = 2016$

(Μονάδες 4)