

1^ο ΓΕ.Λ. ΛΙΒΑΔΕΙΑΣ

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2015

ΛΙΒΑΔΕΙΑ 24 ΜΑΪΟΥ 2015

ΤΑΞΗ Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ

ΖΗΤΗΜΑ Α

A1. Να χαρακτηρίσετε ως σωστή **(Σ)** ή λάθος **(Λ)** κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις: **ΜΟΝΑΔΕΣ 2x5=10**

α) $\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$ για κάθε $a, b \geq 0$.

β) Αν $a = b = 0$, τότε η εξίσωση $ax + b = 0$ είναι ταυτότητα.

γ) Το άθροισμα των πρώτων n όρων μιας αριθμητικής προόδου με πρώτο όρο a_1 και διαφορά ω δίνεται από τον

$$\text{τύπο } S_n = \frac{n(n-1)}{2}\omega + na_1.$$

δ) Για κάθε $a, b, \gamma, \delta \in \mathbb{R}$ ισχύει η συνεπαγωγή:

$$(a > b \text{ και } \gamma > \delta) \Rightarrow a\gamma > b\delta.$$

ε) Αν οι πραγματικοί αριθμοί a και γ είναι ετερόσημοι, τότε η εξίσωση $ax^2 + bx + \gamma = 0$ έχει δύο ρίζες πραγματικές και άνισες.

A2. Να αποδείξετε ότι $|a+b| \leq |a| + |b|$ για κάθε $a, b \in \mathbb{R}$. **ΜΟΝΑΔΕΣ 15**

ΖΗΤΗΜΑ Β

Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο $f(x) = \sqrt{x^2 + 9} - \sqrt{x+3}$.

B1. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f . **ΜΟΝΑΔΕΣ 8**

B2. Να βρείτε την τιμή $f(6)$. **ΜΟΝΑΔΕΣ 7**

B3. Να αποδείξετε ότι $(f(6))^2 + 6f(6) = 36$. **ΜΟΝΑΔΕΣ 10**

ΖΗΤΗΜΑ Γ

Γ1. Να λύσετε την εξίσωση $||x-1|-1|=6$. **ΜΟΝΑΔΕΣ 10**

Γ2. Αν η μικρότερη ρίζα της εξίσωσης του ερωτήματος Γ1 είναι ο δεύτερος όρος (a_2) και η μεγαλύτερη ρίζα της είναι ο τέταρτος όρος (a_4) μιας αριθμητικής προόδου a_n , τότε:

α) Να βρείτε τον πρώτο όρο a_1 και την διαφορά ω της αριθμητικής προόδου a_n . **ΜΟΝΑΔΕΣ 9**

β) Να βρείτε το άθροισμα των δέκα (10) πρώτων όρων της αριθμητικής προόδου a_n . **ΜΟΝΑΔΕΣ 6**

ΖΗΤΗΜΑ Δ

Δίνεται η εξίσωση $x^2 + \lambda x + \lambda - 1 = 0$ (1), όπου λ είναι πραγματικός αριθμός διαφορετικός του 2 ($\lambda \neq 2$).

Δ1. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση (1) έχει δύο ρίζες πραγματικές και άνισες. **ΜΟΝΑΔΕΣ 5**

Δ2. Αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης (1), τότε:

α) Να βρείτε τις παραστάσεις $x_1 + x_2$, $x_1 \cdot x_2$ και $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$ ως συνάρτηση του λ . **ΜΟΝΑΔΕΣ 6**

β) Να βρείτε τις τιμές του λ έτσι ώστε να ισχύει $(x_1 + x_2)^2 - 3x_1 \cdot x_2 - 1 \geq 0$. **ΜΟΝΑΔΕΣ 7**

γ) Να βρείτε τις τιμές του λ έτσι ώστε να ισχύει $\sqrt{x_1^2 \cdot x_2^2} = 1 - 2(x_1 + x_2)$. **ΜΟΝΑΔΕΣ 7**

ΟΙ ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ

ΑΝΑΓΝΟΥ ΑΘΑΝΑΣΙΟΣ

ΚΟΡΑΚΟΠΟΥΛΟΣ ΝΙΚΟΛΑΟΣ

ΜΕΓΑΣ ΑΝΑΡΓΥΡΟΣ

ΠΑΠΑΓΓΕΛΗΣ ΝΙΚΟΛΑΟΣ

Θέματα Προαγωγικών Εξετάσεων περιόδου Μαΐου – Ιουνίου 2016**Θέμα Α**

A1. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Για αριθμούς $a, \beta \in \mathbb{R}$ και θετικό ακέραιο ν ισχύει η ισοδυναμία:

$$a > \beta \Leftrightarrow a^\nu > \beta^\nu$$

β) Για κάθε $a, \beta \in \mathbb{R}$, ισχύει η ιδιότητα:

$$|a + \beta| \leq |a| + |\beta|$$

γ) Το τριώνυμο $ax^2 + \beta x + \gamma$ με διακρίνουσα $\Delta > 0$ και ρίζες x_1 και x_2 παραγοντοποιείται στη μορφή:

$$(x - x_1) \cdot (x - x_2)$$

δ) Τρεις αριθμοί a, β, γ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου αν και μόνο αν:

$$2\beta = a + \gamma$$

ε) Η διαδικασία $f : A \rightarrow B$ κατά την οποία για κάθε στοιχείο του A, περισσότερα στοιχεία του ενός, του συνόλου A, μπορούν να αντιστοιχηθούν στο ίδιο στοιχείο του συνόλου B είναι μια συνάρτηση.

Μονάδες 10

A2. Να αποδείξετε ότι για δύο οποιαδήποτε ασυμβίβαστα ενδεχόμενα A και B, ισχύει:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

Μονάδες 15

Θέμα Β

Δίνεται η αριθμητική πρόοδος (a_ν) για την οποία ο εκατοστός όρος (a_{100}) είναι ίσος με 35 και η διαφορά ω της αριθμητικής προόδου είναι ίση με $\frac{1}{3}$.

B1. Να αποδείξετε ότι ο πρώτος όρος της αριθμητικής προόδου a_1 είναι ίσος με 2.

Μονάδες 7

B2. Να βρείτε τον δέκατο τρίτο όρο της αριθμητικής προόδου.

Μονάδες 5

B3. Να υπολογίσετε το άθροισμα των πρώτων 25 όρων της αριθμητικής προόδου.

Μονάδες 5

B4. Ποιος όρος της αριθμητικής προόδου ισούται με 50;

Μονάδες 8

Θέμα Γ

Δίνονται οι συναρτήσεις f, g με τύπους:

$$f(x) = \sqrt{x^2 + 5x + 6} \text{ και } g(x) = \frac{1}{\sqrt{x+3}} + \sqrt{2-|x|}$$

Γ1. Να βρείτε τα πεδία ορισμού των συναρτήσεων f και g .

Μονάδες 10

Γ2. Να λύσετε την εξίσωση:

$$f(x) + 2g(-1) = 2\sqrt{2} + 2, \text{ για κάθε } x \in (-\infty, -3] \cup [-2, +\infty)$$

Μονάδες 7

Γ3. Να λυθεί η ανίσωση:

$$x \cdot (x+1) \leq f(1) - \sqrt{2} \cdot f(0) - 2$$

Μονάδες 8

Θέμα Δ

Δίνονται η **εξίσωση** $|1-x| + |x-1| = 1$ και η **συνάρτηση** $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{3}, & x \geq 0 \\ \frac{x^4 - 8x}{x-2}, & x < 0 \end{cases}$.

Δ1. Να λύσετε την εξίσωση.

Μονάδες 10

Δ2. Να βρείτε την τιμή $f(1)$ (**Μονάδες 3**) και να απλοποιήσετε τον τύπο της f για $x < 0$ (**Μονάδες 4**).

Μονάδες 7

Δ3. Έστω A, B δύο ενδεχόμενα του συνόλου Ω για τα οποία:

- η $P(A)$ ανήκει στο σύνολο λύσεων της εξίσωσης του **Δ1**
- η $P(A \cap B)$ ισούται με το $f(1)$
- η πιθανότητα να πραγματοποιηθεί τουλάχιστον ένα από τα A, B είναι $\frac{5}{6}$

Να βρείτε την πιθανότητα: **α)** να πραγματοποιηθεί το ενδεχόμενο B

β) να πραγματοποιηθεί μόνο το ενδεχόμενο B

Μονάδες 8

Παρατηρήσεις

1. Να απαντήσετε σε όλα τα θέματα.
2. Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.

Α Λυκείου – Άλγεβρα

2ο Λύκειο Κοζάνης – 24/05/2016

Θέμα Α

A1. Να αποδείξετε ότι $|\alpha \cdot \beta| = |\alpha| \cdot |\beta|$, $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$

(Μονάδες 15)

A2. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με Σ (σωστό) ή Λ (λάθος)

1. Αν $\alpha > \beta$ και $\gamma \neq 0$ τότε $\alpha\gamma > \beta\gamma$.

2. $\sqrt{\alpha^2} = \alpha$, $\alpha \in \mathbb{R}$

3. Αν $\alpha \leq x < \beta$ τότε $x \in (\alpha, \beta]$

4. Αν n περιττός και $n \in \mathbb{N}^*$, τότε η εξίσωση $x^n = \alpha^n$ έχει μοναδική λύση την $x = \alpha$.

5. $|x| \leq \rho \Leftrightarrow -\rho \leq x \leq \rho$ για $\rho > 0$

(Μονάδες 10)

Θέμα Β

Σε μια αριθμητική πρόοδο ο 7^{ος} όρος είναι 23 και ο 1^{ος} όρος είναι -1

B1. Να δείξετε ότι $\omega = 4$

(Μονάδες 7)

B2. Να βρείτε τον όρο a_{10}

(Μονάδες 8)

B3. Να υπολογίσετε το άθροισμα S_{10} των 10 πρώτων όρων.

(Μονάδες 10)

Θέμα Γ

Δίνεται η εξίσωση $2x^2 - 3x - 2 = 0$

Γ1. Να λυθεί η εξίσωση.

(Μονάδες 5)

Γ2. Να παραγοντοποιηθεί το τριώνυμο $2x^2 - 3x - 2$.

(Μονάδες 7)

Γ3. Έστω η παράσταση $A = \frac{2x^2 - 3x - 2}{x - 2}$. Να βρείτε πότε ορίζεται και να την απλοποιήσετε.

(Μονάδες 8)

Γ4. Αν $A = 2x + 1$, να λύσετε την ανίσωση $|A| < 3$

(Μονάδες 5)

Θέμα Δ

Έστω η συνάρτηση $f(x) = x^2 - 4x + \lambda$, $\lambda \in \mathbb{R}$

Δ1. Να βρείτε το λ ώστε η εξίσωση $f(x) = 0$ έχει δύο ρίζες άνισες.

(Μονάδες 6)

Δ2. Για $\lambda = 3$ να βρείτε :

α. τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της f με τους άξονες $x'x$ και $y'y$.

(Μονάδες 6)

β. τις τετμημένες των σημείων της C_f που βρίσκονται πάνω από τη C_g , αν

$$g(x) = x - 1.$$

(Μονάδες 7)

γ. να μετατρέψετε την παράσταση $\frac{1}{\sqrt{f(4)} - 1}$ σε ισοδύναμη με ρητό παρανομαστή

(Μονάδες 6)

Α Λυκείου – Άλγεβρα

1ο Λύκειο Κοζάνης – 24/05/2016

Θέμα Α

A1. Αν $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ να δείξετε ότι ισχύει $|\alpha \cdot \beta| = |\alpha| \cdot |\beta|$

(Μονάδες 15)

A2. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με Σ(σωστό) ή Λ(λάθος)

α) Δύο ενδεχόμενα A και B του ίδιου δειγματικού χώρου λέγονται ασυμβίβαστα όταν $A \cap B = \emptyset$.

β) Αν $\alpha, \beta, \gamma, \delta \in \mathbb{R}$ και $\alpha > \beta$ και $\gamma > \delta$ τότε ισχύει $\frac{\alpha}{\gamma} > \frac{\beta}{\delta}$.

γ) Ισχύει $|a|^2 = a^2$ για κάθε $a \in \mathbb{R}$.

δ) Αν ισχύει $\alpha^2 + \beta^2 = 0$ τότε $\alpha = 0$ και $\beta = 0$.

ε) Αν $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$ (1), $\alpha \neq 0$ και $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$ τότε η (1) έχει δύο ρίζες πραγματικές και άνισες αν $\alpha\gamma < 0$.

(Μονάδες 10)

Θέμα Β

Αν A και B ενδεχόμενα του ίδιου δειγματικού χώρου Ω με $P(A') = 0,4$, $P(B) = 0,4$

και $P(A \cap B) = 0,2$. Να βρείτε τις πιθανότητες των ενδεχομένων

Γ : Να πραγματοποιείται το A

Δ : Να πραγματοποιείται ένα τουλάχιστον από τα A και B

Ε : Να μην πραγματοποιείται κανέναν από το A και B

Ζ : Να πραγματοποιείται μόνο το B

Η : Να πραγματοποιείται το πολύ ένα από τα A και B

(Μονάδες 25)

Θέμα Γ

Δίνεται η εξίσωση $x^2 - 5\lambda x - 1 = 0$ (1) $\lambda \in \mathbb{R}$

Γ1. Να δείξετε ότι η (1) έχει ρίζες πραγματικές και άνισες.

(Μονάδες 10)

Γ2. Να προσδιορίσετε τις τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ ώστε να ισχύει

$$(x_1 + x_2)^2 - 18\lambda - 7(x_1 \cdot x_2)^{2016} = 0$$

(Μονάδες 8)

Γ3. Για $\lambda = 1$ να βρείτε την τιμή της παράστασης $x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2 - 3x_1 + 4 - 3x_2$

(Μονάδες 7)

Θέμα Δ

Δ1. Να λυθεί η εξίσωση $|2x - 6| = 8$.

(Μονάδες 5)

Δ2. Να λυθεί η ανίσωση $x^2 - 9x + 8 < 0$.

(Μονάδες 5)

Δ3. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 9x + 8}}{|2x - 6| - 8}$

(Μονάδες 10)

Δ4. Να μετατρέψετε το κλάσμα $\frac{2}{4 + f(0)}$ σε ισοδύναμο με ρητό παρανομαστή

(Μονάδες 5)

ΘΕΜΑΤΑ ΑΛΓΕΒΡΑΣ Α' ΤΑΞΗΣ

2^{ΟΥ} ΛΥΚΕΙΟΥ ΡΕΘΥΜΝΟΥ

24/05/2016

ΜΑΥΡΑΚΗ – ΛΟΥΠΗ -

ΘΕΜΑ Α

A1. Να αποδείξετε τους τύπους του Vieta $S = -\frac{\beta}{\alpha}$ και $P = \frac{\gamma}{\alpha}$ όπου $\alpha \neq 0$.

A2. Σε καθεμία από τις παρακάτω προτάσεις να σημειώσετε με Σ αν είναι σωστή και με Λ αν είναι λανθασμένη.

- | | | |
|---|---|---|
| 1. $S_v = \frac{\gamma}{2}(\alpha_1 + \alpha_v)$ | Σ | Λ |
| 2. $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = \alpha(x + x_1)(x + x_2)$ όπου $\alpha \neq 0$ και x_1, x_2 οι ρίζες του τριωνύμου. | Σ | Λ |
| 3. Αν $\alpha > 0$ και n άρτιος, τότε $x^n = \alpha \Leftrightarrow x = \sqrt[n]{\alpha}$ | Σ | Λ |
| 4. $ \alpha + \beta = \alpha + \beta $ για κάθε $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ | Σ | Λ |
| 5. $ \alpha \cdot \beta = \alpha \cdot \beta $ για κάθε $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ | Σ | Λ |

ΘΕΜΑ Β

Ρίχνουμε ένα νόμισμα τρεις φορές.

B1. Να βρείτε τον δειγματικό χώρο Ω του πειράματος.

B2. Να βρείτε τα στοιχεία των ενδεχομένων $A \cup B$ και $A \cap B$, όπου

A: «εμφανίζονται δύο κεφαλές», B: «εμφανίζεται κεφαλή στην πρώτη ρίψη»

B3. Να υπολογίσετε τις πιθανότητες $P(A), P(A \cap B), P(A - B)$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Να λύσετε την εξίσωση $x^2 + |x| - 6 = 0$.

Γ2. Αν ο πρώτος όρος μιας αριθμητικής προόδου είναι η μικρότερη από τις ρίζες της εξίσωσης του (Γ1) και η διαφορά είναι η μεγαλύτερη ρίζα, να υπολογίσετε τον 15^ο όρο της προόδου και το άθροισμα των πρώτων 15 όρων αυτής.

Γ3. Να λύσετε την ανίσωση $-x^2 + (7a_{15} - S_{15})x + 3 \geq 0$

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η εξίσωση $x^2 + 2x + \sqrt{\lambda^2 + 2\lambda + 1} = 0$, $\lambda \in \mathbb{R}$ (1)

Δ1. Να αποδείξετε ότι η διακρίνουσα της (1) είναι $\Delta = 4 - 4|\lambda + 1|$

Δ2. Να βρείτε τις τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ ώστε η (1) να έχει ρίζες πραγματικές.

Δ3. Για $\lambda = -3$ και $1 < x < 3$, να απλοποιήσετε την παράσταση

$$A = \left| x^2 + 2x + \sqrt{\lambda^2 + 2\lambda + 1} \right| + |x - 3|$$

ΘΕΜΑΤΑ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ
ΜΑΙΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2016
Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ - ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ

Θέμα Α

A1. Αν $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ να δείξετε ότι: $|\alpha \cdot \beta| = |\alpha| \cdot |\beta|$

Μονάδες 15

A2. Να χαρακτηρίσετε κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις ως Σωστή ή Λανθασμένη:

α) Αν x_1, x_2 είναι οι πραγματικές ρίζες της εξίσωσης

$$\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0, \alpha \neq 0, \text{ τότε } x_1 + x_2 = -\frac{\beta}{\alpha}.$$

β) Για κάθε $\alpha \in \mathbb{R}$ ισχύει $\alpha^2 \geq 0$

γ) Ισχύει $|x| = x \Leftrightarrow x \geq 0$

δ) Αν $A(\alpha, \beta), \beta \neq 0$ είναι σημείο του καρτεσιανού επιπέδου, τότε το συμμετρικό του ως προς τον άξονα $y'y$ είναι το σημείο $A'(\alpha, -\beta)$.

ε) Για κάθε $\alpha \in \mathbb{R}$ ισχύει $\sqrt{\alpha^2} = \alpha$

Μονάδες 10

Θέμα Β

Σε μια αδιαφανή κάλπη υπάρχουν κίτρινες (Κ) και μαύρες (Μ) μπάλες. Εκλέγουμε τυχαία μια μπάλα από τη κάλπη, καταγράφουμε το χρώμα της και την ξαναβάζουμε στη κάλπη. Η διαδικασία αυτή γίνεται τρεις συνολικά φορές.

B1. Με τη βοήθεια του δεντροδιαγράμματος να γράψετε το δειγματικό χώρο Ω του πειράματος τύχης.

Μονάδες 4

B2. Έστω τα ενδεχόμενα Α: «Οι τρεις ενδείξεις έχουν το ίδιο χρώμα» και

Β τέτοιο ώστε $P(B) = \frac{1}{2}$ και $P(A \cap B) = \frac{1}{8}$. Δίνεται ότι τα απλά

ενδεχόμενα είναι ισοπίθανα.

α) Να δείξετε ότι $P(A) = \frac{1}{4}$

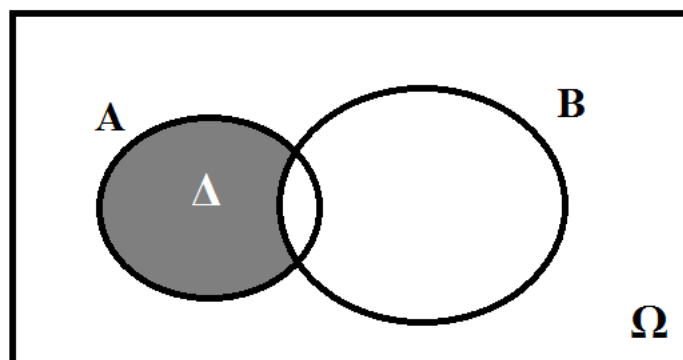
Μονάδες 4

β) Να υπολογίσετε τις πιθανότητες των ενδεχομένων

i) $A \cup B$,

ii) Γ: «να μην πραγματοποιείται το Β»

iii) Δ, όπως φαίνεται στο παρακάτω διάγραμμα Venn.



Μονάδες 6 + 5 + 6 = 17

Θέμα Γ

Δίνεται η συνάρτηση

$$f(x) = \kappa\sqrt{x-1} + \frac{1}{x-3}, \quad \kappa \in \mathbb{R}$$

Γ1. Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f.

Μονάδες 7

Γ2. Υπολογίστε το κ , αν η γραφική παράσταση της συνάρτησης f τέμνει τον άξονα $x'x$ στο σημείο με τετμημένη $x = 2$.

Μονάδες 8

Γ3. Για $\kappa = 1$ να βρείτε που τέμνονται οι γραφικές παραστάσεις των f, g

$$\text{όπου } g(x) = \sqrt{x-1} + x - \frac{1}{3}, \quad x \geq 1.$$

Μονάδες 10

Θέμα Δ

Δίνεται

- Η εξίσωση $x^{2016} = \lambda^2 - 1$ η οποία είναι αδύνατη στο $\mathbb{R}$ και
- Η παράσταση $A = \lambda|5 - 4\lambda| - 2|\lambda^2 - 5| + |\lambda^2 + \lambda - 6| + |\lambda^2 - \lambda + 3|$

για τον ίδιο πραγματικό αριθμό λ .Δ1. Να αποδείξετε ότι $-1 < \lambda < 1$.

Μονάδες 8

Δ2. Να δείξετε ότι $A = -2\lambda^2 + 3\lambda - 1$

Μονάδες 9

Δ3. Να απλοποιήσετε την παράσταση $\frac{A}{\lambda^4 - 1}$

Μονάδες 8

ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

ΙΩΑΝΝΗΣ ΟΙΚΟΝΟΜΟΥ

ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ

ΑΝΑΣΤΑΣΙΟΥ ΙΩΑΝΝΗΣ
 ΒΟΥΔΟΥΡΗΣ ΠΟΛΥΒΙΟΣ
 ΟΙΚΟΝΟΜΟΥ ΙΩΑΝΝΗΣ
 ΣΑΚΕΛΛΑΡΙΟΥ ΔΗΜΗΤΡΑ
 ΧΑΤΖΟΠΟΥΛΟΣ ΜΑΚΗΣ

ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ ΜΗΛΟΥ

Γραπτές Προαγωγικές Εξετάσεις Μαΐου - Ιουνίου 2016

Τάξη : Α΄

Εξεταζόμενο Μάθημα : Άλγεβρα Γενικής Παιδείας

ΘΕΜΑ Α

A1. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές ή λανθασμένες.

1. Τρεις αριθμοί α, β, γ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου αν και μόνο αν $\beta = \frac{\alpha + \gamma}{2}$.

2. Αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$, $\alpha \neq 0$ τότε $x_1 \cdot x_2 = \frac{\gamma}{\alpha}$

3. Όταν $\Delta > 0$ τότε το τριώνυμο $\alpha x^2 + \beta x + \gamma$, $\alpha \neq 0$ μετατρέπεται σε γινόμενο του α επί δύο πρωτοβάθμιους παράγοντες.

4. Ο νιοστός όρος μιας αριθμητικής προόδου με πρώτο όρο α_1 και διαφορά ω είναι:

$$\alpha_n = \alpha_1 \cdot (n-1)\omega.$$

5. Κάθε κατακόρυφη ευθεία τέμνει τη γραφική παράσταση μιας συνάρτησης το πολύ σε ένα σημείο.

A2. Να αποδείξετε ότι για οποιουσδήποτε πραγματικούς αριθμούς α, β ισχύει: $|\alpha + \beta| \leq |\alpha| + |\beta|$

Μονάδες: **A1.** 10

A2. 15

ΘΕΜΑ Β

B1. Αν ο 3^{ος} όρος μιας αριθμητικής προόδου είναι 20 και ο 7^{ος} όρος είναι 32 να βρείτε την πρόοδο.

B2. Να βρείτε το άθροισμα των πρώτων 50 όρων της παραπάνω προόδου.

B3. Ποιος όρος της προόδου ισούται με 6059 ;

Μονάδες: **B1.** 10 **B2.** 8 **B3.** 7

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Να λύσετε την ανίσωση : $\sqrt{x^2 - 6x + 9} \leq 5$

Γ2. Να βρείτε τις κοινές λύσεις με την ανίσωση : $(x-1)^2 + 4|x-1| \geq 5$

Γ3. Να αποδείξετε ότι το άθροισμα των λύσεων της εξίσωσης $|x-1| \cdot |x-2| = |x-1|$ είναι κοινή λύση των παραπάνω ανισώσεων.

Μονάδες: **Γ1.** 7 **Γ2.** 10 **Γ3.** 8

ΘΕΜΑ Δ

Στο παρακάτω σχήμα το $AB\Gamma\Delta$ είναι τετράγωνο πλευράς 4 και το M σημείο της διαγωνίου $ΑΓ$.
Αν P, Σ οι προβολές του M στις AB και AD αντίστοιχα με $(AP) = x = (\Sigma A)$.

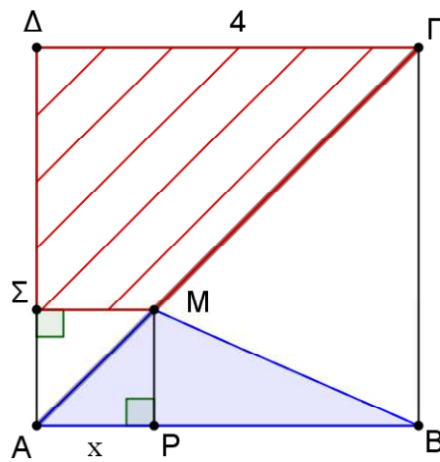
Δ1. Να αποδείξετε ότι :

Το εμβαδόν του τριγώνου MAB είναι $E_1(x) = 2x, 0 < x < 4$

και το εμβαδόν του τραπεζίου $M\Gamma\Delta\Sigma$ είναι $E_2(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 8, 0 < x < 4$

Δ2. Να παραστήσετε γραφικά στο ίδιο σύστημα αξόνων τις συναρτήσεις E_1 και E_2 .

Δ3. Να βρείτε τη θέση του M για την οποία το άθροισμα των εμβαδών $E_1(x) + E_2(x)$ μεγιστοποιείται.



Μονάδες: **Δ1.** 7 **Δ2.** 9 **Δ3.** 9

Να απαντήσετε σε όλα τα θέματα . Καλή Επιτυχία

Μήλος, Τρίτη 24 Μαΐου 2016

Ο Διευθυντής

Ο Εισηγητής

Κωνσταντίνος Παπαδόπουλος

Γιάννης Παπαδημητρίου